b) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ puis donner une équation cartésienne du plan P=(ABC).

c) Déterminer le volume v du tétraèdre OABC.

2) Soit t l'application de E dans E qui à tout point M associe le point M' tel que :
$\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{OM}$.

a) Montrer que t une translation de vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{AB}$.

b) Donner les expressions analytiques de t. en déduire les coordonnés du point A'=t(A)

3) Soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) de E tel que :$x^2+y^2+z^2-2y-2z-7=0$

a) Montrer que (S) est une sphère dont-on préciser le centre et le rayon.

b) Montrer que S'= t(S) coupe P=(ABC) suivant un cercle dont-on précisera le centre H et le rayon r.

Exercice N°21 L'espace E est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.(S) l'ensemble des points M(x,y,z) vérifiant $x^2+y^2+z^2=2x+2y-2z=0$.

1) a)Montrer que (S) est une sphère que l'on caractérisera.. b) Soit B(2,2,-2) ; Montrer que [OB] est une corde de (S).

2) Soit M un point variable de (S) et C le point de E tels que OMCB soit un parallélogramme.

a) Montrer que C est l'image de M par une translation. b) En déduire l'ensemble des points C.

3) Soit G le centre de gravité du triangle MBC et A' le symétrique de O par rapport à B.

a) Montrer que G est l'image de M par une homothétie h de centre A' et dont on précisera le rapport.

b) En déduire l'ensemble décrit par G.

Exercice N°23 Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ un repère orthonormé direct de l'espace E .

$S = \left\{M\left(x,y,z\right) \in E / x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+5=0\right\}$ et P_m: mx-y=0 où $m \in IR$.

1) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.

2) a) Etudier en fonction de m la nature de l'intersection $P_m \cap S$ .b) On note $P = P_3$ *et* $Q = P_{-\frac{1}{3}}$ montrer que $P \perp Q$.

c) On note $P \cap S = \zeta$ *et* $\zeta' = Q \cap S$. Montrer que ζ et ζ' sont deux cercles isométriques dont on précisera le rayon r et les coordonnés de H et H' centres respectifs de ζ et ζ' dans $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

2) a) Le plan (IHH') coupe la droite commune Δ de P et Q en Ω, donner la nature du quadrilatère $IH\Omega H'$.

b) Soit t la translation de vecteur $\vec{U} = -2\vec{k}$, préciser les coordonnés des points I_1, H_1, Ω_1 *et* H_1' images respectives de I, H, Ω *et* H' par la translation t.

c) Déterminer le volume du parallélépipède $IH\Omega H' I_1 H_1 \Omega_1 H_1'$.

Exercice N°18 Soit ABCDEFGH un cube d'arête 1, on désigne par P le centre de gravité du triangle HGF et Q le centre de gravité du triangle FBG et on muni l'espace du repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

1) a) Donner une représentation paramétrique de la droite (BH).

b) Montrer qu'une équation du plan (ACF) est :-x+y+z=0.

c) Montrer que la droite (BH) est la perpendiculaire au plan (ACF) en un point que l'on précisera.

2) Soit K le milieu de [FG] et h l'homothétie de centre K et de rapport $\frac{1}{3}$.

a) Montrer que h(H)=P et h(B)=Q. b) Donner l'expression analytique de h.

3) a) Soit (R) l'image du plan (ACF) par h. Montrer que (R) est perpendiculaire à (PQ) en un point N' que l'on déterminera.

b) Donner une équation cartésienne de la sphère S tangente aux plans (R) et (ACF) et dont le centre $\in \left(NN'\right)$.

Exercice N°18 1) a) B(1,0,0) et H(0,1,1) donc $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$; $\left(BH\right) = D\left(B,\overrightarrow{BH}\right): \begin{cases} x = 1-\alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbf{R}$

b) Les points A, C et F ne sont pas alignés (ABCDEFGH un cube) A(0,0,0), C(1,1,0) et F(1,0,1). Les coordonnées des points A, C et F vérifient l'équation -x+y+z=0 donc (ACF) : -x+y+z=0.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...